

## *Devenir Ingénieur Odonto+ par la formation professionnelle*

### Unités de remédiation en mathématiques



**Anne MATHIEU**

Responsable administratif « Devenir  
Ingénieur par la formation  
professionnelle »

Téléphone : 03 72 74 41 86

[a.mathieu@univ-lorraine.fr](mailto:a.mathieu@univ-lorraine.fr)

**David TOUPANCE**

Responsable pédagogique « Devenir Ingénieur par la  
formation professionnelle »

Téléphone : 03 72 74 42 08

[david.toupance@univ-lorraine.fr](mailto:david.toupance@univ-lorraine.fr)

# Remédiation en mathématiques : Programme

*Les Unités de Remédiation en mathématiques Mise sont constituées de 14 chapitres.*

*Elles représentent 140 heures apprenant.*

*Les stagiaires étudient à distance un chapitre par semaine.*

## Chapitre 1 – CALCULS ET LOGIQUE

### 1 - Calcul

- Introduction
- Règles de calcul
- Puissances d'un réel
- Identités remarquables
- Racine carrée
- Valeur absolue
- Inégalité

### 2 - Équations, inéquations, systèmes

- Équations
- Inéquations
- Systèmes linéaires

### 3 - Notations logiques

- Quantificateurs
- Connecteurs

## Chapitre 2 – FONCTIONS NUMÉRIQUE DE LA VARIABLE RÉELLE

### 1 - Vocabulaire usuel

- Définition
- Ensemble de définition
- Représentation graphique
- Image d'une partie
- Restriction et prolongement

### 2 - Opérations sur les fonctions

- Opérations algébriques
- Composition

### 3 - Propriétés

- Parité et périodicité
- Fonctions majorées, minorées, bornées
- Fonctions monotones sur un intervalle
- Bijection

### 4 - Polynômes et fractions rationnelles

- Polynômes
- Fractions rationnelles

## Chapitre 3 - FONCTIONS USUELLES

### 1 - Les fonctions trigonométriques

- Rappels de trigonométrie
- Les fonctions sinus et cosinus
- La fonction tangente
- Équations trigonométriques

### 2 - Les fonctions logarithmes

- La fonction logarithme népérien
- La fonction logarithme décimal

### 3 - Les exponentielles

- La fonction exponentielle
- La fonction exponentielle de base  $a$

### 4 - Les fonctions puissances

- La fonction puissance d'exposant entier
- La fonction puissance d'exposant rationnel
- La fonction puissance d'exposant réel

## Chapitre 4 – LIMITES

- Définitions
- Limite des fonctions de références
- Opérations
- Formes indéterminées
- Limites et inégalités
- Point méthode
- Interprétation graphique

## Chapitre 5 - CONTINUITÉ, DÉRIVABILITÉ

### 1 - Continuité

- Définitions
- Prolongement par continuité
- Propriétés
- Théorème des valeurs intermédiaires
- Continuité sur un segment
- Théorème de la bijection

### 2 - Nombre dérivé d'une fonction en un point

- Définitions
- Interprétations
- Nombre dérivé à gauche, à droite
- Propriétés

### 3 - Dérivée d'une fonction

- Définition

- Propriétés
- Dérivées successives

#### **4 - Primitives d'une fonction**

- Définition

#### **5 - Théorème de Rolle et des accroissements finis**

- Extrema locaux d'une fonction
- Théorème de Rolle
- Théorème des accroissements finis

#### **6 - Etude des variations d'une fonction**

- Lien entre la monotonie d'une fonction et le signe de sa dérivée
- Limite de la dérivée

#### **7 - Fonctions trigonométriques réciproques**

- Fonction Arcsinus
- Fonction Arccosinus
- Fonction Arctangente

## **Chapitre 6 - LES NOMBRES COMPLEXES**

### **1 - Généralités**

- Introduction.
- Forme algébrique d'un nombre complexe.

### **2 - Opérations**

- Somme
- Différence
- Opposé
- Produit
- Quotient

### **3 - Conjugué et module**

- Conjugué
- Module.

### **4 - Forme trigonométrique**

- Argument
- Théorème fondamental

### **5 - Forme exponentielle d'un nombre complexe**

- Notation
- Formules d'Euler

### **6 - Racines nièmes d'un nombre complexe**

- Racines nièmes de l'unité
- Racines nièmes d'un nombre complexe non nul
- Racines carrées d'un nombre complexe

## Chapitre 7 - LES SUITES

### 1 - Suites

- Suites numériques
- Suite convergente

### 2 - Suites particulières

- Approche
- Suite arithmétique
- Suite géométrique
- Suite récurrente linéaire d'ordre 2

## Chapitre 8 - DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS

### 1 - Généralités

- Théorème de Rolle
- Théorème des accroissements finis
- Inégalité des accroissements finis

### 2 - Relations de comparaison

- Équivalence
- Prépondérance et domination

### 3 - Formules de Taylor

- Formule de Taylor-Lagrange
- Formule de Mac Laurin
- Formule de Taylor-young

### 4 - Développements limités

- Définitions et premières propriétés
- Table des développements limités au voisinage de 0
- Opérations sur les développements limités

### 5 - Généralisation des développements limités

- Développement limité à l'ordre  $n$  en 0 à gauche, à droite
- Développement limité au voisinage de l'infini
- Développement limité généralisé au voisinage de 0
- Application des Développements limités
- Calcul de limites
- Etude de la courbe au voisinage d'un point

## Chapitre 9 – INTÉGRATION

### 1 - Primitives usuelles

- Primitives usuelles

## 2 - Intégrales

- Approche heuristique
- Définition
- Interprétation géométrique
- Intégrale et primitive
- Propriétés de l'intégrale
- Inégalité de la moyenne
- Intégrale d'une valeur absolue
- Application : méthode du point fixe

## 3 - Méthodes de calcul

- Intégration par parties
- Intégration par changement de variable
- Intégration des fractions rationnelles
- Intégration des fonctions rationnelles en sinus et cosinus d'une même variable
- Intégration des fonctions rationnelles hyperboliques
  
- Intégration des fonctions rationnelles en  $x$  et en  $\sqrt{ax^2 + bx + c}$
  
- Intégration des fonctions rationnelles de  $x$  et  $\sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}$

# Chapitre 10 - INTÉGRALES GÉNÉRALISÉES

## 1 - Intégration d'une fonction continue sur un intervalle non borné

- Définitions
- Extension de la définition
- Exemple fondamental : intégrales de Riemann
- Critères de convergence des fonctions positives
- Critères de convergences pour les fonctions de signe quelconque

## 2 - Intégration d'une fonction qui devient infinie pour l'une des bornes

- Définitions
- Cas particulier : prolongement par continuité
- Exemple fondamental
- Critère de convergence si la fonction  $f$  est positive (ou négative)
- La fonction  $f$  est de signe quelconque

## 3 - Intégrales ayant un intervalle non borné avec une fonction non bornée

## 4 - Compléments

- Changement de variable et intégration par parties
- Utilisation d'un développement asymptotique
- Convergence des intégrales de référence

## Chapitre 11 – COURBES PARAMETREES

### 1 - Définitions

- Représentation paramétrique
- Lien avec l'équation cartésienne
- Vecteur dérivé
- Interprétation cinématique

### 2 - Etude d'une courbe paramétrée

- Réduction de l'intervalle d'étude
- Sens de variation des coordonnées
- Recherche de points particuliers
- Construction de la courbe
- Points multiples

### 3 - Etude locale, branches infinies

### 4 - Courbes en polaire

- Exemples
- Etude locale
- Branches infinies
- Plan d'étude

## Chapitre 12 - ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PREMIER ORDRE

### 1 - Généralités sur les équations différentielles

- Définitions diverses
- Le premier ordre

### 2 - Equations différentielles linéaires du premier ordre

- Définitions
- Résolution de l'équation sans second membre
- Résolution de l'équation complète
- Existence et unicité d'une solution satisfaisant une condition initiale (problème de Cauchy).
- Problème des raccords

### 3 - Exemples divers

## Chapitre 13 - ÉQUATIONS LINÉAIRES DU SECOND ORDRE

### 1 - Définition

### 2 - Résolution de l'équation sans second membre

### 3 - Résolution de l'équation complète

### 4 - Recherche d'une solution particulière de l'équation

- Formes classiques du second membre
- Méthode de variation des constantes

# Chapitre 14 - RAPPELS SUR LES VECTEURS

## 1 - *Rappels sur les vecteurs*

- Définition
- Propriétés

## 2 - *Barycentre*

- Définition et théorème
- Exemples
- Généralisation
- Propriétés
- Cas Particulier
- Calcul des coordonnées

## 3 - *Produit scalaire*

- Définition et règles de calcul
- Le produit scalaire dans le plan
- Le produit scalaire dans l'espace
- Applications du produit scalaire

## 4 - *Produit vectoriel*

- Orientation de l'espace
- Produit vectoriel de deux vecteurs
- Règles de calcul
- Applications du produit vectoriel



## Nos tarifs :

Le suivi de l'ensemble des Unités de remédiation est obligatoire pour intégrer le cycle préparatoire Odonto+ Formation Continue.

Coût par personne pour les 14 UMN : 3000 € net\*

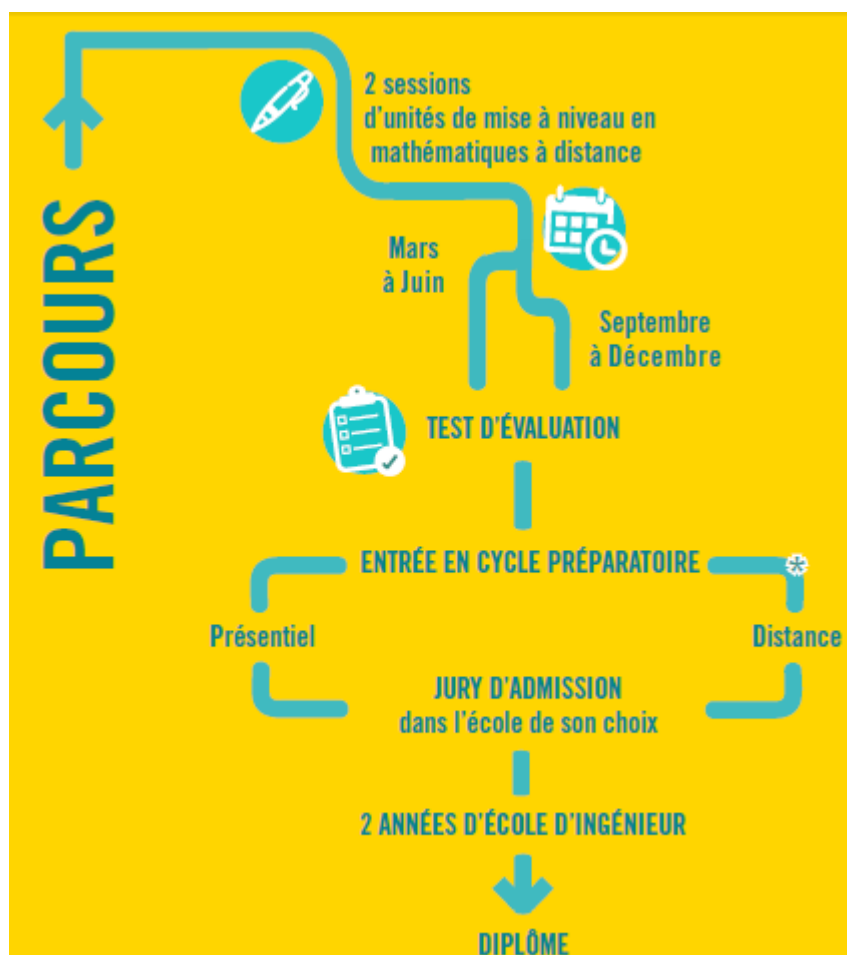
*\* L'Université de Lorraine n'est pas assujettie à la T.V.A.*

## Organisation générale :

L'enseignement est entièrement dispensé à distance.

Une plateforme pédagogique est mise à disposition des stagiaires et permet d'accéder à l'ensemble des ressources.

L'accès au cycle préparatoire à distance est conditionné par la réussite au test d'évaluation des unités de remédiation, positionné à la fin du mois de juin et réalisé dans nos locaux.



Le stagiaire étudie un chapitre par semaine qui représente 10 heures de travail personnel :

6 heures : étude du cours et des exercices du cours

2 heures : réalisation de deux exercices supplémentaires à remettre au tuteur.

2 heures : séance de Travaux Dirigés synchrone à distance (chatroom) avec le tuteur (au maximum 6 stagiaires)

- Les exercices du cours sont interactifs : le stagiaire a accès à de l'aide, à la réponse et à la solution détaillée.
- Les exercices supplémentaires sont tutorés : ils font l'objet d'allers-retours entre le stagiaire et son tuteur avec pour objectif, la validation des exercices.
- La chatroom utilise une plateforme permettant un dialogue en audioconférence ou visioconférence, le partage d'un tableau blanc et d'une fenêtre de conversation avec chaque stagiaire. Elle se déroule avec casque et microphone.

N'hésitez pas à nous contacter pour toute information complémentaire :

**Anne MATHIEU**

Responsable administratif « Devenir Ingénieur par la formation continue »

Téléphone : 03 72 74 41 86

[a.mathieu@univ-lorraine.fr](mailto:a.mathieu@univ-lorraine.fr)

**David TOUPANCE**

Responsable pédagogique « Devenir Ingénieur par la formation continue »

Téléphone : 03 72 74 42 08

[david.toupance@univ-lorraine.fr](mailto:david.toupance@univ-lorraine.fr)



UNIVERSITÉ  
DE LORRAINE

LORRAINE INP  
les talents se lèvent à l'Est



FACULTÉ  
D'ODONTOLOGIE  
DE LORRAINE

## *Devenir Ingénieur Odonto+ par la formation professionnelle*

### CYCLE PREPARATOIRE À DISTANCE

#### *Programme*



#### **Anne MATHIEU**

Responsable administratif « Devenir  
Ingénieur par la formation  
professionnelle »

Téléphone : 03 72 74 41 86

[a.mathieu@univ-lorraine.fr](mailto:a.mathieu@univ-lorraine.fr)

#### **David TOUPANCE**

Responsable pédagogique « Devenir Ingénieur par la  
formation professionnelle »

Téléphone : 03 72 74 42 08

[david.toupance@univ-lorraine.fr](mailto:david.toupance@univ-lorraine.fr)

# Modules du cycle préparatoire

MODULES	Nombre d'heures apprenant
	444 heures
Algèbre	48 h
Fonction de plusieurs variables	48 h
Intégrales	48 h
Mécanique des milieux continus	24 h
Informatique	48 h
Physique quantique	24 h
Analyse complexe	36 h
Séries	36 h
Systèmes différentiels	36 h
Statistiques	48 h
Thermodynamique	24 h
Physique statistique	24 h

## Module Algèbre (48 h apprenant)

### CHAPITRE 1 : POLYNOMES, FRACTIONS RATIONNELLES

#### 1 - Polynômes

- Généralités
- Structure de l'ensemble des polynômes
- Division euclidienne ou division suivant les puissances décroissantes
- Racines d'un polynôme. Ordre de multiplicité
- Factorisation des polynômes à coefficients réels
- Division suivant les puissances croissantes

#### 2 - Fractions rationnelles

- Généralités
- Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples de première espèce
- Décomposition d'une fraction rationnelle en éléments simples de seconde espèce
- Méthodes pratiques de décomposition

### CHAPITRE 2 : ESPACES VECTORIELS

#### 1 - Notions d'espace vectoriel

- Définitions
- Bases d'un espace vectoriel
- Sous-espace vectoriel

#### 2 - Applications linéaires

- Rappels sur les applications
- Linéarité d'une application
- Rang d'une application linéaire

- Noyau d'une application linéaire
- Application linéaire bijective

### **3 - Formes linéaires, bilinéaires et quadratiques**

- Formes linéaires
- Formes bilinéaires
- Formes quadratiques

### **4 - Espaces vectoriels euclidiens**

- Définition
- Inégalité de Schwarz
- Inégalité de Minkowski
- Dans un espace vectoriel euclidien

## **CHAPITRE 3 : SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES - DÉTERMINANTS**

### **1 - Déterminant**

- Introduction
- Définition du déterminant en dimension 3
- Propriétés
- En dimension  $n$
- Méthodes de calcul

### **2 - Systèmes de $n$ équations à $n$ inconnues**

- Interprétation géométrique
- Système de Cramer
- Système avec déterminant nul

### **3 - Systèmes de $n$ équations à $p$ inconnues**

- Plus d'équations que d'inconnues ( $n > p$ )
- Plus d'inconnues que d'équations ( $n < p$ )

### **4 - Résumés des discussions Méthode du pivot de Gauss**

- Résolution d'un système triangulaire
- Equation pivot
- Exemples
- Comparaison des méthodes de Cramer et de Gauss

## **CHAPITRE 4 : CALCUL MATRICIEL**

### **1 - Généralités**

- Définitions
- Exemple
- Matrices et applications linéaires
- Quelques définitions

### **2 - Opérations sur les matrices**

- Matrice nulle
- Egalité de deux matrices
- Somme de deux matrices
- Multiplication par un scalaire
- Produit de deux matrices
- Transposée d'une matrice

### **3 - Matrices carrées**

- Application linéaire associée
- Matrices carrées particulières

- Inversion des matrices carrées
- Matrice de changement de repère
- 4 - Diagonalisation des matrices carrées**
  - Valeurs propres et vecteurs propres d'un endomorphisme
  - Diagonalisation des matrices carrées

# Module « fonctions de plusieurs variables » (48 h apprenant)

## CHAPITRE 1 : MÉTRIQUE ET CONTINUITÉ

### 1 - Distances et ouverts

- Distance
- Boule et pavé

### 2 - Fonctions de plusieurs variables

- Définition
- Représentation graphique

### 3 - Limite et continuité

- Définitions de la limite et de la continuité
- Prolongement par continuité

### 4 - Fonctions vectorielles de variables vectorielles

- Limite
- Continuité
- Applications linéaires continues

## CHAPITRE 2 : DIFFÉRENTIABILITÉ

### 1 - Cas d'une fonction numérique

- Dérivées partielles
- Différentielle

### 2 - Cas d'une fonction de plusieurs variables à valeurs vectorielles

- Définitions
- Théorème
- Exemples fondamentaux

### 3 - Opérations sur les différentielles

- Premières propriétés
- Composition des applications

## CHAPITRE 3 : DÉRIVÉES PARTIELLES D'ORDRE SUPÉRIEUR

### 1 - Théorème de Schwarz

- Théorème de Schwarz
- Généralisation

### 2 - Formule de Taylor des fonctions de plusieurs variables

- Lemme
- Théorème (formule de Taylor)
- Formule de Taylor-Young

### 3 - Application à la recherche d'extrema

- Recherche des extrema

- Comportement de  $f$  au voisinage du point où les dérivées partielles premières sont nulles
- 4 - Dérivées d'ordre supérieur des fonctions composées**
- Fonction de deux variables composées avec une fonction vectorielle d'une variable
  - Transformation du Laplacien en coordonnées polaires

## CHAPITRE 4 : DES DIFFÉRENTIELLES VERS LES INTÉGRALES

### 1 - Formes différentielles

- Définition
- Formes différentielles exactes
- Condition pour qu'une forme différentielle soit exacte

### 2 - Rappel sur les intégrales simples

- Généralités
- Changement de variable

### 3 - Intégrales curvilignes

- Vecteur fonction d'une variable réelle
- Point fonction d'un variable réelle
- Intégrale curviligne

# Module « Intégrales » (48 h apprenant)

## CHAPITRE 1 : INTÉGRALES DOUBLES

### 1 - Intégrales doubles

- Définition
- 1.2. Interprétation des intégrales doubles
- 1.3. Calcul des intégrales doubles par des intégrales simples

### 2 - Changement de variables dans les intégrales multiples

- Déterminant fonctionnel (ou Jacobien) d'une transformation
- Changement de variables dans les intégrales doubles

## CHAPITRE 2 : INTÉGRALES TRIPLES

### 1 - Intégrales triples

- Définition
- 1.2. Calcul des intégrales triples par des intégrales simples
- 1.3. Application des intégrales triples

### 2 - Changement de variables dans les intégrales triples

## CHAPITRE 3 : COURBES

### 1 - Courbes, intégrales curvilignes, applications

- Spécificité de l'espace euclidien de dimension 3
- Notions de courbe de l'espace euclidien de dimension 3
- Retour sur l'intégrale curviligne – Circulation
- Application : aire limitée par une courbe orientée fermée plane

## CHAPITRE 4 : INTÉGRALES DE SURFACE

### 1 - Surfaces et intégrales de surfaces

- Définitions
- Aire d'une surface

### 2 - Flux d'un vecteur

- Flux d'un vecteur à travers une courbe
- Flux d'un vecteur à travers une surface

### 3 - Angle solide d'un point par rapport à une surface

- Définition
- Expression générale

## CHAPITRE 5 : ÉLÉMENTS D'ANALYSE VECTORIELLE

### 1 - Champs de vecteurs

- Définitions
- Gradient d'un champ scalaire
- Rotationnel d'un champ vectoriel
- Divergence dans un champ vectoriel
- Laplacien

### 2 - Identités vectorielles

- Dérivée d'un vecteur par rapport à un autre vecteur
- Permutabilité avec une dérivation
- Formules d'addition
- Formules de multiplication
- Quantités identiquement nulles
- Potentiels scalaire et vectoriel

### 3 - Coordonnées curvilignes orthogonales

- Définitions
- Circulation en coordonnées curvilignes orthogonales
- Flux en coordonnées curvilignes orthogonales
- Intégrale triple en coordonnées curvilignes orthogonales
- Gradient en coordonnées curvilignes orthogonales

### 4 - Application aux coordonnées cylindriques et sphériques

- Coordonnées cylindriques
- Coordonnées sphériques

## CHAPITRE 6 : FORMULES D'INTÉGRATION

### 1 - Formules de Green-Riemann, de Stokes et d'Ostrogradski

- Formule de Green-Riemann
- Formule de Stokes
- Formule d'Ostrogradski

### 2 - Application aux coordonnées curvilignes orthogonales

- Rotationnel en coordonnées curvilignes orthogonales
- Divergence en coordonnées curvilignes orthogonales
- Laplacien en coordonnées curvilignes orthogonales

### 3 - Application aux coordonnées cylindriques et sphériques

- Coordonnées cylindriques
- Coordonnées sphériques



# Module « Mécanique des milieux continus » (24 h apprenant)

1. *Le modèle du milieu continu*
2. *Cinématique élémentaire* :
  - descriptions du mouvement d'Euler & Lagrange
  - lignes caractéristiques
3. *Cinématique avancée* :
  - étude des déformations
  - introduction des tenseurs appropriés
4. *Bilans de masse et de quantité de mouvement*
  - Contraintes
  - tenseur des contraintes de Cauchy
5. *Solides élastiques* :
  - loi de comportement élastique linéaire isotrope
  - coefficients élastiques
  - problèmes d'élasticité linéarisés
  - méthode des déplacements
  - équation de Navier
  - méthode des contraintes
6. *Bilan d'énergie cinétique.*
  - Cas des solides élastiques
  - énergie potentielle élastique
  - caractère conservatif de la dynamique
7. *Hydrostatique*
  - notion de pression
  - bilans globaux
8. *Introduction à l'hydrodynamique*

# Module « Informatique » (48 h apprenant)

## CHAPITRE 1 : INTRODUCTION

### 1 - Généralités

### 2 - Fonctionnement d'un ordinateur

- UAL et UC
- Mémoire
- Entrées-sorties
- Bus
- Architecture
- Instructions
- Logiciels
- Système d'exploitation

### 3 - Les programmes en C

- Présentation d'un programme C standard
- Les types
- Les sorties écran

- Les entrées clavier

## CHAPITRE 2 : INSTRUCTIONS ÉLÉMENTAIRES

- Algorithmique
- Instructions conditionnelles ou tests simples
- Un exemple complet
- Les boucles
- Exemple : programme de la dichotomie

## CHAPITRE 3 : TABLEAUX ET POINTEURS

### 1 - *Les tableaux*

- Définition
- Utilisation dans un programme

### 2 - *Les pointeurs*

- Généralités
- En langage C

### 3 - *Les tris*

- Tri par maximum
- Tri à bulle
- Tri par insertion

## CHAPITRE 4 : FONCTIONS

### 1 - *Syntaxe des fonctions*

- Généralités
- Structure d'une fonction
- Exemple
- Fonctionnement d'une fonction

### 2 - *Exercices d'application*

## CHAPITRE 5 : MÉTHODES D'ANALYSE NUMÉRIQUE

### 1 - *Méthode de Gauss*

- Position du problème
- Des tableaux
- La méthode de Gauss

### 2 - *Des fonctions*

- Généralités
- Pointeurs et tableaux
- Le pivot

### 3 - *Méthode de résolution d'équation*

- Méthode de la sécante
- Méthode de Newton
- Exercices
- Ordre de convergence

### 4 - *Méthode de Newton-Raphson*

## CHAPITRE 6 : STRUCTURES

### 5 - *Introduction*

### 6 - *Méthodes pour déclarer les structures*

### 7 - *Utilisation*

# Module « Physique quantique » (24 h apprenant)

## 1 - *Limites de la physique classique et Hypothèses historiques*

- Le rayonnement du corps noir
- L'effet photoélectrique
- Stabilité et spectre d'émission des atomes

## 2 - *La dualité Onde – Corpuscule*

- Photon : onde ou corpuscule ?
- Les particules matérielles sont-elles des ondes ?
- L'émission stimulée : une nouveauté quantique

## 3 - *La mécanique ondulatoire : base de la mécanique quantique*

- Représentation des particules en paquets d'onde
- Fondement de la mécanique ondulatoire
- Application directe de la mécanique ondulatoire

## 4 - *Théorie générale de la physique quantique*

- Bases mathématiques
- Postulat de la mécanique quantique
- Lien du formalisme avec la physique
- Une nouveauté : le principe d'incertitude
- Édifices atomiques & moléculaires en théorie quantique
- Le spin, cette nouveauté quantique

# Module « Analyse complexe » (36 h apprenant)

## CHAPITRE 1 : FONCTIONS HOLOMORPHES

### 1 - *Généralités*

- Définitions
- Limites dans le plan complexe
- Holomorphie
- Conditions de Cauchy

### 2 - *Propriétés des fonctions holomorphes*

- Somme, produit, quotient, composée
- Cas des fonctions analytiques
- Partie réelle et partie imaginaire d'une fonction holomorphe
- Inégalité des accroissements finis
- Exemple de la fonction exponentielle
- Définition

### 3 - *Le logarithme complexe*

- Définition
- Propriétés

- Fonctions puissances

## CHAPITRE 2 : LA FORMULE DE CAUCHY ET LE THÉORÈME DES RÉSIDUS

### 1 - Les formules de Cauchy

- Notion de compact régulier
- Première formule de Cauchy
- Deuxième formule de Cauchy

### 2 - Points singuliers et développement en série de Laurent

- Fonction holomorphe sur une couronne
- Points singuliers d'une fonction holomorphe

### 3 - La formule des résidus

- Le théorème des résidus
- Calcul pratique du résidu

### 4 - Application au calcul d'intégrales

## CHAPITRE 3 : CONSÉQUENCES DE LA FORMULE DE CAUCHY

### 1 - Propriété de moyenne, principe du maximum

- La propriété de moyenne
- Le principe de maximum

### 2 - Dérivabilité et analyticité

- Une fonction holomorphe est indéfiniment dérivable
- Analyticité
- Inégalités de Cauchy et conséquences

### 3 - Applications de la formule des résidus

- Détermination du nombre de zéros et de pôles
- Le théorème de Rouché

# Module « Séries » (36 h apprenant)

## CHAPITRE 1 : SÉRIES

### 1 - Séries numériques

- Approche
- Définitions
- Condition nécessaire de convergence
- Série géométrique
- Séries de Riemann
- Séries à termes positifs – Critères de convergence
- Séries numériques à termes de signe quelconque

## CHAPITRE 2 : SUITES ET SÉRIES DE FONCTIONS

### 1 - Convergence des suites de fonctions

- Convergence simple
- Convergence uniforme

### 2 - Séries de fonction

- Généralités
- Convergence uniforme
- Applications de la convergence uniforme

### 3 - *Séries entières*

- Définition
- Rayon de convergence
- Propriétés des séries entières et de la fonction somme
- Séries de Taylor
- Développement en séries de fonctions usuelles

## CHAPITRE 3 : SÉRIES TRIGONOMÉTRIQUES

### 1 - *Introduction*

### 2 - *Séries trigonométriques*

- Définition
- Périodicité
- Calcul des coefficients de Fourier
- Cas général d'une période quelconque
- Les conditions de Dirichlet

### 3 - *Propriétés pratiques*

- Cas d'une fonction paire
- Cas d'une fonction impaire
- Autres cas particuliers

### 4 - *Forme complexe du développement de Fourier*

- Notation complexe

### 5 - *Formule de Bessel-Parseval*

- Propriétés d'orthogonalité
- Interprétation physique
- Intégration et dérivation des séries de Fourier
- Cas de l'intégration
- Cas de la dérivation

### 6 - *Développement de quelques fonctions usuelles*

- Fonction en dent de scie
- Redressement du courant alternatif

### 7 - *Analyse d'un signal*

## Module « Système différentiels » (36 h apprenant)

## CHAPITRE 1 : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU PREMIER ORDRE

### 1 - *Généralités*

- Définitions
- Théorème de Cauchy

### 2 - *Equations linéaires*

### 3 - *Equations à variables séparées*

### 4 - *Equations se ramenant à des équations linéaires*

- Equations de Bernoulli
- Equations de Ricatti
- Equation de Lagrange

## CHAPITRE 2 : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES DU SECOND ORDRE

### 1 - Equations différentielles linéaires à coefficients constants

- Résolution de l'équation sans second membre associée
- Résolution de l'équation complète

### 2 - Equations linéaires à coefficients non constants

- Résolution de l'équation sans second membre
- Equation complète avec second membre
- Cas particulier : les équations d'Euler

### 3 - Equations incomplètes

- Equations  $y'' = f(x, y')$
- Equations où la variable  $x$  n'apparaît pas explicitement

## CHAPITRE 3 : SYSTÈMES DIFFÉRENTIELS

### 1 - Vocabulaire et définitions

- Définition
- Système différentiel du premier ordre

### 2 - Systèmes différentiels linéaires du premier ordre

- Généralités
- Systèmes différentiels linéaires homogènes à coefficients constants
- Systèmes différentiels avec second membre à coefficients constants

## CHAPITRE 4 : MÉTHODES NUMÉRIQUES

### 1 - Position du problème

- Problème de Cauchy
- Principes généraux

### 2 - Les méthodes à un pas : généralités

- Exemple de la méthode d'Euler
- Erreur de consistance – ordre d'une méthode
- Consistance d'une méthode
- Stabilité
- Convergence
- Contrôle du pas
- Méthode d'Euler implicite

### 3 - Les méthodes de Runge-Kutta

- Introduction
- Les méthodes d'ordre 2
- La méthode d'ordre 4

# Module « Statistiques » (48 h apprenant)

## CHAPITRE 1 : STATISTIQUE DESCRIPTIVE

### 1 - Généralités

- Vocabulaire
- Description d'une variable descriptive
- Description d'une variable quantitative

### 2 - Les paramètres des variables quantitatives

- Les paramètres de tendance centrale
- Les paramètres de dispersion

### 3 - La régression simple

- Nuage de points
- Droite des moindres carrés
- Les régressions autres que linéaires

## CHAPITRE 2 : PROBABILITÉ

### 1 - Dénombrement

- Produit cartésien et n-uplets
- Arrangements et permutations
- Combinaisons – Le triangle de Pascal

### 2 - Probabilité

- Définitions et vocabulaire
- Cas particulier : équiprobabilité dans un univers fini
- Probabilité conditionnelle
- Indépendance de deux évènements

### 3 - Trois théorèmes importants

- Formule des probabilités composées
- Formule des probabilités totales
- Formule de Bayes

## CHAPITRE 3 : VARIABLES ALÉATOIRES DISCRÈTES

### 1 - Notion de variable aléatoire

- Définition
- Loi de probabilité d'une variable aléatoire discrète
- Fonction de répartition d'une variable aléatoire discrète

### 2 - Espérance et variance d'une variable aléatoire discrète

- Espérance
- Variance
- Ecart-type

### 3 - Lois discrètes classiques

- Loi uniforme discrète
- Loi de Bernoulli
- Loi binômiale
- Loi géométrique
- Loi de Poisson

### 4 - Couple de variables aléatoires discrètes

- Définition

- Loi de probabilité
- Indépendance de deux variables aléatoires – Covariance

## CHAPITRE 4 : VARIABLES ALÉATOIRES CONTINUES

### 1 - *Notion de variable aléatoire continue*

- Introduction et définition
- Lien entre fonction de répartition et densité de probabilité
- Fonction d'une variable aléatoire continue

### 2 - *Espérance et variance d'une variable aléatoire continue*

- Espérance
- Variance et écart-type
- Inégalité de Bienaymé-Tchebitchef

### 3 - *Lois continues classiques*

- Loi uniforme
- Loi exponentielle
- Loi normale

### 4 - *Couple de variables aléatoires continues*

- Définition, loi de probabilité
- Indépendance de deux variables aléatoires continue – Covariance
- Application : loi faible des grands nombres – Théorème central limite

## CHAPITRE 5 : STATISTIQUE INFÉRENTIELLE

### 1 - *Généralités*

- Echantillonnage
- Les statistiques que nous allons étudier
- Moyenne et écart-type

### 2 - *Les lois usuelles*

- La loi de Laplace-Gauss, ou loi normale centrée réduite
- Loi du khi-deux
- Loi de Student
- Loi de Fisher-Snedecor

### 3 - *Estimation*

- Estimateur
- Estimation ponctuelle

### 4 - *Estimation par intervalle de confiance*

- Généralités
- Intervalle de confiance de la moyenne d'une loi normale
- Intervalle de confiance de la variance d'une loi normale
- Intervalle de confiance de la fréquence d'un caractère

## CHAPITRE 6 : LES TESTS

### 1 - *Généralités*

- Introduction
- Exemple
- Vocabulaire

### 2 - *Les tests paramétriques*

- Moyenne d'une loi normale
- Variance d'une loi normale
- Fréquence dans un grand échantillon

### 3 - *Test de comparaison d'échantillons*



- Comparaison de la variance de deux échantillons suivant une loi normale
- Comparaison des deux moyennes de deux échantillons suivant une loi normale
- Comparaison de deux fréquences dans de grands échantillons

## Module « Thermodynamique » (24 h apprenant)

- 1 – Introduction, pression, température
- 2 – Premier et second principe de la thermodynamique
- 3 – Systèmes fermés à température non uniforme
- 4 – Systèmes ouverts chimiquement inertes, en régime permanent
- 5 – Utilisation optimale de l'énergie, rendements
- 6 – Matière : utilisation, transformation, équilibre, évolution, stabilité
- 7 – Les différentes phases de la matière, stabilité relative des phases
- 8 – Surfaces et interfaces
- 9 – Evolution de la matière divisée.

## Module « Physique statistique » (24 h apprenant)

- 1 - Approche statistique de la physique
- 2 - Description statistique d'un système isolé
- 3 - Description statistique d'un système en contact avec un thermostat
- 4 - Thermodynamique classique et statistique
- 5 - Le gaz parfait classique
- 6 - Gaz parfaits quantiques
- 7 - Thermodynamique du rayonnement (corps noir)
- 8 - Gaz parfait de fermions et bosons massifs
- 9 - Introduction aux propriétés des solides semi-conducteurs

**N'hésitez pas à nous contacter pour toute information complémentaire :**

**Anne MATHIEU**

Responsable administratif « Devenir  
Ingénieur par la formation continue »  
Téléphone : 03 72 74 41 86  
[a.mathieu@univ-lorraine.fr](mailto:a.mathieu@univ-lorraine.fr)

**David TOUPANCE**

Responsable pédagogique « Devenir Ingénieur par la  
formation continue »  
Téléphone : 03 72 74 42 08  
[david.toupance@univ-lorraine.fr](mailto:david.toupance@univ-lorraine.fr)